

1. Mějme trojúhelník ABC s ostrými úhly u vrcholů A a B . Do tohoto trojúhelníku vepíšeme obdélník $PQRS$ tak, že body P a Q leží na úsečce AB , bod R leží na úsečce BC a bod S leží na úsečce CA . Označme S_{ABC} obsah trojúhelníku ABC , S_{PQRS} obsah obdélníku $PQRS$ a S_{RCS} obsah trojúhelníku RCS . Poměr obsahů $S_{PQRS} : S_{ABC} = k$ pro nějaký kladný parametr k , určete hodnotu poměru $S_{RCS} : S_{ABC}$ tak, aby váš výsledek závisel pouze na parametru k . Nezapomeňte na diskuzi počtu řešení pro různé hodnoty parametru.

2. Dokažte, že neexistují kladná celá čísla a, b, c , která by splňovala následující rovnost

$$2a^3 + 4b^3 = c^3.$$

3. Nalezněte všechny reálné funkce f , které splňují rovnici

$$\frac{f(x) + f(y)}{x + y} = f(xy),$$

a) pro všechna kladná čísla x a y .

b) pro všechna reálná čísla x, y splňující $x \neq -y$.